

НЕРАВНОВЕСНЫЕ КОЛМОГОРОВСКОГО ТИПА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТИЦ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

*В.Е. Захаров, В.И. Карась**

Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН,

Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, Москва, Россия;

**Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»,
Харьков, Украина*

E-mail: zakharov@itp.ac.ru; zakharov@sci.lebedev.ru; karas@kipt.kharkov.ua

Представлено современное состояние исследований нестационарных и стационарных неравновесных (колмогоровского типа) функций распределения (НФР) частиц с потоком по спектру. На основе интегралов столкновений (ИС) Больцмана и в форме Ландау для нерелятивистских заряженных частиц (НЗЧ), взаимодействующих по закону Кулона с учетом статической экранировки, в однородной и изотропной среде аналитическими методами и с помощью полностью консервативных разностных схем рассмотрено формирование НФР частиц. Показано, как полученные результаты могут быть использованы для предсказания поведения проводников и полупроводников как с собственной, так и с примесной проводимостью, облучаемых пучками быстрых ионов или лазерным излучением.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СТАЦИОНАРНЫХ НФР ЧАСТИЦ С ПОТОКОМ ПО СПЕКТРУ

Термодинамически равновесной ФР электронов в вырожденной или классической плазме в изотропном пространственно однородном случае является соответственно ФР Ферми-Дирака или Максвелла, которая является точным решением соответственно квантового или классического ИС Больцмана [1]. Для классического (невыврожденного) газа кинетическое уравнение (КУ) Больцмана имеет вид [1]:

$$\frac{\partial f(\vec{p})}{\partial t} = \int d\vec{p}_1 d\vec{p}_2 d\vec{p}_3 W(\vec{p}, \vec{p}_1 | \vec{p}_2, \vec{p}_3) \cdot [f(\vec{p}_2)f(\vec{p}_3) - f(\vec{p})f(\vec{p}_1)] \times \\ \times \delta(E + E_1 - E_2 - E_3) \cdot \delta(\vec{p} + \vec{p}_1 - \vec{p}_2 - \vec{p}_3), \quad (1)$$

где $W(\vec{p}, \vec{p}_1 | \vec{p}_2, \vec{p}_3)$ – вероятность перехода (ВП) вследствие столкновений, $f(\vec{p})$ – ФР электронов, \vec{p}_i , E_i – импульс и энергия i -го электрона, $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака. ФР, удовлетворяющая условию:

$$f(\vec{p}_2)f(\vec{p}_3) - f(\vec{p})f(\vec{p}_1) = 0, \quad (2)$$

является стационарным решением уравнения (1). Легко видеть, что функциональное уравнение (2) с учетом законов сохранения энергии и импульса при столкновениях частиц приводит к термодинамически равновесной ФР Максвелла.

Впервые А.Н. Колмогоровым [2] в теории турбулентности несжимаемой жидкости было построено в интервале масштабов, промежуточных между масштабами возбуждаемых и эффективно затухающих движений, универсальное (не зависящее от структуры источника и стока) СНР энергии по волновым числам ε_k – известный колмогоровский спектр гидродинамической турбулентности, имеющий вид

$$\varepsilon_k = A I_1^{2/3} k^{-1/3}, \quad (3)$$

где A – постоянная, I_1 – поток энергии по спектру.

При выводе формулы (3) использована гипотеза о локальности турбулентности, т.е. о том, что существенно взаимодействуют между собой только

близкие масштабы. Эта гипотеза для турбулентности в несжимаемой жидкости (сильная турбулентность и т.п.) не доказана. В физических системах, в которых взаимодействие волн или частиц можно описать КУ для волн, квазичастиц или частиц, построение СНР сводится к решению КУ. В этом случае локальность СНР отвечает сходимости ИС. Универсальные спектры волн, которые являются решениями для ИС между волнами, в рамках теории слабой турбулентности были впервые получены В.Е. Захаровым [3]. Универсальные СНР частиц ($f = A p^s$), которые являются точными решениями ИС Больцмана для ВП однородной функции импульсов (степени n) во всем импульсном пространстве (ИП), были впервые методом групповой симметрии найдены А.В. Кацем, В.М. Конторовичем, В.Е. Новиковым, С.С. Моисеевым [4].

С помощью разработанного В.И. Карасем метода (см. [5]) для определения показателя степени s в случае ВП (однородной функции импульсов степени n) естественно под интегралом использовать переменные \vec{p}_i/p , тогда (1) сводится к интегралу, не зависящему от p , и множителю p^{4s+n+4} , найдем поток частиц I_0 и энергии I_1 в ИП. При этом потоки определяются через ИС следующим образом:

$$\operatorname{div} \left(j_i(p) \frac{\vec{p}}{p} \right) = -E^i \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{st}, \quad (4)$$

где $I_i = 4\pi p^2 j_i$, а E – энергия частиц. Решая (4), получаем

$$I_i = A^2 \alpha^{1-i} \frac{R(s, n)}{4s + n + 9 + 2(i-1)} p^{4s+n+9+2(i-1)}, \quad (5)$$

где $\alpha = \text{const}$.

Из (5) для s_i , которые удовлетворяют условию

$$\gamma = 4s_i + n + 9 + 2(i-1) = 0, \quad i = 0, 1, \quad (6)$$

поток I_i либо постоянен в ИП, либо нулевой, если $R(s, n)$ имеет нуль первого порядка при $s = s_i$ (при этом ИС равняется нулю).

ФР Ap^{2s} отвечает неравновесной стационарной ситуации с постоянным потоком энергии или частиц в ИП, поддерживаемым источником и стоком. При этом направление потока определяется знаком производной $dR/d\gamma$ при $\gamma=0$, а A – определяется выражением

$$A^2 = I_i \alpha^{i-1} \lim_{\gamma \rightarrow 0} \left| \frac{dR}{d\gamma} \right|^{-1}.$$

Покажем непосредственным вычислением [7-9], что для ИС Больцмана и Ландау в случае СНР функция $R(s, n)$ удовлетворяет вышеприведенным условиям.

1.1. ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ ИС ЛАНДАУ

Хорошо известно, что в случае плазмы ИС, описывающий взаимодействие НЗЧ, может быть записан в форме Ландау (см., например, [1])

$$\left(\frac{\partial f(\vec{p})}{\partial t} \right)_{st} = -\text{div} \vec{j}_0, \quad j_{0i} = \pi e^4 \Lambda \int d\vec{p}' \cdot \frac{u^2 \delta_{ik} - u_i u_k}{u^3} \times \\ \times \left[f(\vec{p}) \frac{\partial f(\vec{p}')}{\partial p'_k} - f(\vec{p}') \frac{\partial f(\vec{p})}{\partial p_k} \right], \quad (7)$$

где $\vec{u} = \frac{1}{m}(\vec{p} - \vec{p}')$, Λ – кулоновский логарифм, m – масса электрона. Подстановкой в (7) изотропной степенной ФР Ap^{2s} после довольно несложных вычислений можно получить такое выражение:

$$\left(\frac{\partial f(\vec{p})}{\partial t} \right)_{st} = 16\pi^2 m e^4 \Lambda A^2 p^{4s} \cdot \left[\frac{(4s+3) \cdot (4s+5)}{(s+1) \cdot (2s+3) \cdot (2s+5)} + \right. \\ \left. + \frac{1}{3} \cdot \lim_{p_1 \rightarrow 0} \left\{ \frac{(2s+1)s}{2s+2} \left(\frac{p_2}{p} \right)^{2s+2} - \frac{2s(s-1)}{(2s+5)} \left(\frac{p_1}{p} \right)^{2s+5} \right\} - \right. \\ \left. - \lim_{\substack{p_1 \rightarrow 0 \\ p_2 \rightarrow \infty}} \left\{ \frac{(2s+3)}{2} \left(\frac{p_2}{p} \right)^{2s} - \frac{2s^2}{2s+3} \left(\frac{p_1}{p} \right)^{2s+3} \right\} \right]. \quad (8)$$

Из (8) видно, что первое слагаемое в ИС, т.е. функция $R(s, n)$ действительно содержит множители $(4s+5)$ и $(4s+3)$, причем в первой степени, что обеспечивает, с одной стороны, постоянство потока энергии, а, с другой стороны, обращение в нуль интеграла столкновений для показателя степени $s_1 = -5/4$, что же касается показателя степени $s_0 = -3/4$, то он соответствует нелокальной ФР, для которой ИС расходится (второй член под знаком предела во втором слагаемом не ограничен).

1.2. ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ ИС БОЛЬЦМАНА

Используя выражение для ИС Больцмана (1) и подставив степенную ФР частиц в виде Ap^{2s} , с помощью δ -функции, выражающей закон сохранения импульса, проинтегрируем (1) по \vec{p}_2 , введя затем вместо \vec{p}_1, \vec{p}_3 новые переменные \vec{p}_1, \vec{q} , приводим ИС к виду

$$\frac{\partial f(\vec{p})}{\partial t} = -mA^2 \int d\vec{p}_1 d\vec{q} W(\vec{p}, \vec{p}_1 | \vec{p} + \vec{q}, \vec{p}_1 - \vec{q}) \times \\ \times \left[\vec{p} + \vec{q} \right]^{2s} \left[\vec{p}_1 - \vec{q} \right]^{2s} - \left| p \right|^{2s} \left| p_1 \right|^{2s} \cdot \delta(\vec{q}(\vec{p}_1 - \vec{p} - \vec{q})), \quad (9)$$

где $\vec{q} = \vec{p}_1 - \vec{p}_3$. Аргумент δ – функции может обратиться в нуль при $\vec{p}_1 - \vec{p} - \vec{q} = 0$ или $\vec{q}(\vec{p}_1 - \vec{p} - \vec{q}) = 0$. Первый случай не интересен, так как соответствует просто перестановке частиц местами в результате столкновения, что обращает в нуль квадратную скобку (т.е. отвечает условию (2)), а значит и ИС. Введя углы θ, θ_1 между вектором \vec{q} и соответственно векторами \vec{p} и \vec{p}_1 , после перехода к сферическим координатам в (9) для \vec{p}_1 и \vec{q} , проинтегрируем при помощи δ – функции по p_1 и перейдем к безразмерной переменной \tilde{q} ($\tilde{q} = q/p$).

Найдем поток частиц I_0 и энергии I_1 в ИП, учитывая, что в рассматриваемом случае потоки выражаются через ИС согласно (4). Для W , являющейся однородной функцией импульсов степени n , $W = C_1 q^n$, где n любое вещественное число, тогда ИС легко интегрируется по $\theta_1, \varphi, \phi_1$, а затем по \tilde{q} . Выражение для $R(s, n)$, входящее в частное решение для потока I_i (см. (4)) имеет вид

$$R(s, n) = \frac{-4\pi^3 C_1}{(s+1)(2s+3)} \{ [B(2s+4, n+2) - \\ - B(-2s-n-5, 2s+4) + B(n+2, -2s-n-5)] - \\ - B(n+2, -n-2s-2) \left(1 - \frac{\sin(\pi(s+n+3/2))}{\sin(\pi(s+1/2))} \right) \} \times \\ \times {}_3F_2 \left(\frac{n+2}{2}, -\frac{n+2s+2}{2}, 1; \frac{1-2s}{2}, \frac{2s+5}{2}; 1 \right) - \\ - \frac{2^{-2s-5} (4s+n+7)(4s+n+9)\pi^2 (2s+1)(2s+3)\Gamma(s+2)}{\Gamma(-2s)\Gamma\left(\frac{4s+n+11}{2}\right)\Gamma\left(\frac{2s-n+3}{2}\right)\sin^2(\pi(s+1/2))}, \quad (10)$$

где ${}_pF_q(\alpha_1, \dots, \alpha_p; \beta_1, \dots, \beta_q; z)$ – гипергеометрическая функция. Получено, что локальным СНР частиц (ИС для них сходится) отвечают показатели степени s , которые находятся в интервалах:

$$-\frac{3}{2} < s_0 < -1; \quad -\frac{3}{2} < s_1 < -\frac{5}{4}. \quad (11)$$

Индексы 0,1 отвечают $I_0, (I_1) = const$.

В соответствии с (5) показателям степени из диапазона (11) отвечают такие показатели однородности ВП:

$$-3 < n < -1, \quad I_0 = const, \quad (12)$$

$$-4 < n < -3, \quad I_1 = const. \quad (13)$$

1.3. УСЛОВИЯ ФОРМИРОВАНИЯ СНР ЧАСТИЦ В КОНЕЧНЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ИНТЕРВАЛАХ

В случае кулоновского взаимодействия ($n = -4$), как видно из приведенных неравенств (12),(13), ИС расходится (известная особенность в \tilde{W} для малых переданных импульсов). В [4] предположено, а в [5,7] показано, что эта расходимость устраняется дебаев-

ской экранировкой. Рассмотрим ИС (10), для вероятности перехода, которая отвечает экранированному кулоновскому потенциалу $\tilde{W} = 2e^4(\tilde{q}^2 + a^2)^{-2}$ ($\tilde{q} = q/p$, $a = a_1/p$, a_1 – дебаевский импульс).

Для получения областей существования степенных ФР, соответствующих двум различным асимптотикам ВП \tilde{W} , следует рассмотреть ИС для двух предельных случаев ($a \ll 1$, $a \gg 1$). Вначале для малых значений a ($a \ll 1$) найдем зависимость ИС (10) от a .

Вычисляя поток энергии, согласно (4), найдем, что поток энергии будет отрицательным и определяться логарифмическим слагаемым только при $a^2 < 0.005$. В интервале же $0.1 > a^2 > 0.005$ направление потока энергии противоположное (положительное) его направлению при больших импульсах.

Таким образом, показано [6, 7], что на участке ИП $p \gg a_1$ дебаевская экранировка, во-первых, устраняет кулоновскую расходимость, а, во-вторых, не влияет на показатель степени СНР частиц с постоянным потоком энергии в ИП. Показатель степени отвечает асимптотике W с показателем степени $n = -4$. Кроме того, установлено, что на некотором участке ИП направление потока энергии противоположно (положительно) его направлению для больших импульсов. Причем плотность частиц в существующем локальном СНР определяется интенсивностью потока, а его консервативность обеспечивается источником и стоком, расположение которых должно быть согласовано с найденным его направлением.

Во многих конкретных физических задачах возникает вопрос о формировании, в результате действия в ИП источника и стока, СНР частиц в ограниченных энергетических интервалах, которые окружены участками с термодинамически равновесными ФР частиц [11-13]. Интеграл электрон-электронных столкновений для твердотельной плазмы вычисляется в приближении квадратичного закона дисперсии. Расходимость, обусловленная кулоновским взаимодействием, устраняется введением, как и выше, матричного элемента, описывающего экранированное кулоновское взаимодействие. ИС Больцмана в случае квантовой статистики (см., например, [1]), можно представить в виде

$$\frac{\partial \eta(\vec{p})}{\partial t} = \frac{2}{(2\pi\hbar)^6} \int d\vec{p}_1 d\vec{p}_2 d\vec{p}_3 W \{ \eta(\vec{p}_2) \eta(\vec{p}_3) (1 - \eta(\vec{p})) \times \\ \times (1 - \eta(\vec{p}_1)) - \eta(\vec{p}) \eta(\vec{p}_1) (1 - \eta(\vec{p}_2)) (1 - \eta(\vec{p}_3)) \} \times \\ \times \delta(E + E_1 - E_2 - E_3) \cdot \delta(\vec{p} + \vec{p}_1 - \vec{p}_2 - \vec{p}_3), \quad (14)$$

где $W = (2\pi\hbar)^3 2e^4 / (|\vec{p}_1 - \vec{p}_3|^2 + a_1^2)^2$ – матричный элемент, описывающий экранированное кулоновское взаимодействие; $\eta(\vec{p}_i)$ – числа заполнения.

В [14,15] рассмотрен распространенный в твердотельной плазме случай, когда в интервале между источником и стоком энергии в ИП ФР электронов степенная, а за его пределами – термодинамически равновесная ФР Ферми-Дирака. Показано, что СНР электронов близко к универсальному ($s = -5/4$ в случае безграничного инерционного интервала), если

расположение источника и стока, а также их интенсивности удовлетворяют ниже определенным условиям. Так, показатель степени s в распределении η_s (η_s – числа заполнения) будет отличаться от $-5/4$ меньше, чем на 10%, если будут соблюдены условия: $|p'' - p'| \approx (5...6) p_{ch}$, $\eta_s(p) \gg 10^{-3}$, $p_{ch} = (2...3) a_i$ (15)

Таким образом, универсальное СНР электронов возможно даже при числах заполнения значительно (на один-два порядка) меньших равновесных.

2. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ НЕРАВНОВЕСНЫХ ФР ЧАСТИЦ

2.1. НЕРАВНОВЕСНЫЕ ФР ЧАСТИЦ ДЛЯ СТАЦИОНАРНЫХ СОГЛАСОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ И СТОКОВ

Рассмотрение формирования квазистационарных неравновесных ФР для пространственно однородной и изотропной плазмы, состоящей из одного сорта частиц при наличии локализованных источников (стоков) частиц (энергии) в пространстве скоростей, имеет принципиальную трудность при численной реализации, а именно, нелинейность ИС. Поэтому используются разностные схемы, должным образом учитывающие нелинейность моделируемого уравнения. Источник и сток энергии (частиц) может обеспечиваться ионными пучками, мощным лазерным излучением, током эмиссии, потоками заряженных частиц, выделяемых при реакциях синтеза или деления, и т.п. [17-20]. Исследование основано на уравнении типа Ландау-Фоккера-Планка (ЛФП), которое является моделью уравнения Больцмана для произвольных потенциалов взаимодействия [21-23]. Для численного моделирования используются полностью консервативные разностные схемы [21].

Для численного моделирования используется нелинейный оператор с симметричным ядром $Q(v, w)$ для степенных потенциалов взаимодействия. Для заряженных частиц $\beta = 1$ ($n = -4$) и тогда $Q(v, w) = (2/3)w^3$, при $w < v$ и $Q(v, w) = (2/3)v^3$, при $w > v$.

Используя обычную процедуру обезразмеривания перейдем к следующим переменным:

$$v' = \frac{v}{v_{th}}; \quad t' = \frac{\tilde{t}}{t_\beta}, \quad t_\beta = \frac{32\pi v_{th}^3}{ng_\beta} v_{th}^{4\beta-1}; \quad f' = \frac{4\pi v_{th}^3}{n} f; \\ S' = \frac{4\pi v_{th}^3 t_\beta S}{n_s}. \quad (16)$$

Для построения разностной схемы бесконечный интервал в пространстве скоростей заменяется конечным отрезком $[0, v_{max}]$, который выбирается так, чтобы учесть высокоэнергетичные частицы и граничное условие для функции распределения будет $f(v_{max}, t) = 0$. Источники и стоки берутся, главным образом, в виде δ -функций:

$$S_\pm = I_\pm \delta(v - v_\pm) / v^2. \quad (17)$$

Если интенсивности источника и стока удовлетворяют соотношению $I_+ = I_- v_-^2 / v_+^2$, тогда энергия, которая приходит в систему извне равна нулю, но плотность частиц в системе убывает (если источник

находится при больших скоростях, чем сток), т.е. реализуется в данной ситуации аналог постоянного потока энергии в ИП, но с несохранением плотности частиц в системе. Так как мы имеем дело с заряженными частицами, то при уменьшении плотности электронов в некоторой области из-за возникшего электрического поля туда начнут поступать тепловые электроны из соседней области. В рамках рассматриваемой однородной по пространству модели это можно учесть введением еще одного источника с такой интенсивностью I_{th} , чтобы не происходило уменьшение числа частиц, а значит не возникало электрическое поле. Таким образом, можно сформулировать согласованную модель с двумя источниками с интенсивностями I_+ , I_{th} и одним стоком с интенсивностью I_- , в рамках которой не будет происходить изменения энергии и плотности частиц. Для этого интенсивности источников и стоков должны удовлетворять двум соотношениям:

$$I_{th} - I_- + I_+ = 0, \quad I_{th}v_{th}^2 - I_-v_-^2 + I_+v_+^2 = 0. \quad (18)$$

Откуда получаются интенсивности источников, выраженные через интенсивность стока I_-

$$I_+ = I_- \cdot \left(\frac{v_-^2 - v_{th}^2}{v_+^2 - v_{th}^2} \right), \quad I_{th} = I_- \cdot \left(\frac{v_+^2 - v_-^2}{v_+^2 - v_{th}^2} \right). \quad (19)$$

Кроме того, в численных расчетах иногда рассматривались источники (стоки), распределенные по скоростям экспоненциально [21-22]

$$S_{\pm} \propto I_{\pm} \exp[-b(v - v_{\pm})^2]. \quad (20)$$

Такое выражение для источника-стока удобно для исследования зависимости неравновесных ФР от формы источника, часто источники (стоки) моделируются слагаемыми, пропорциональными искомым ФР, а именно:

$$S_{\pm} = I_{\pm} \frac{\delta(v - v_{\pm})}{v^2} f(v_{\pm}, t). \quad (21)$$

Как уже отмечалось выше, в дискретном случае функция $\delta(v - v_1)$ отлична от нуля лишь при $v = v_1$. Начальное распределение выбирается Максвелловским или типа δ -функции. Следует отметить, что результаты практически не зависят от вида начальной ФР, за исключением самой начальной стадии. На каждом шаге по времени функция итерируется, число частиц сохраняется с машинной точностью, а энергия сохраняется с точностью до 7-8 знака. Далее обсуждаются основные результаты численных расчетов при наличии в ИП потоков энергии либо частиц [21,22]. В правой части КУ имеются источник S_+ и сток S_- для обеспечения потока в ИП. Установлено, что ФР вне инерционного интервала является термодинамически равновесной, причем температура совпадает с первоначальной. В инерционном (соответствующем постоянному потоку энергии между источником и стоком) же интервале устанавливается практически неизменяющаяся со скоростью (плато) ФР. Наиболее быстро устанавливается ФР вблизи источника, формирование же ФР в области стока составляет сотни безразмерных времен. Увеличение интенсивности потока приводит к увеличению ФР.

2.2. НЕРАВНОВЕСНЫЕ ФР ЧАСТИЦ ДЛЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ НЕСОГЛАСОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ И СТОКОВ

В реальной экспериментальной (например, облучение твердотельной плазмы потоком быстрых ионов) ситуации мы имеем дело не только с несогласованными по интенсивности источниками и стоками, но даже нестационарными и распределенными в ИП. Как будет видно из дальнейшего [22] в этом случае ФР будут квазистационарными или нестационарными.

Формирование неравновесного распределения может быть разделено на три стадии. В течение первого короткого периода система "помнит" начальные условия. Длительность этого периода не очень отличается для разных показателей β и равна приблизительно $t \sim 1$. В течение второй стадии происходит формирование основной части ФР. Продолжительность этой стадии существенным образом зависит от местоположения источника v_+ и при небольших интенсивностях не зависит от его интенсивности. ФР принимает форму плато или имеет слабо спадающую зависимость между источником и холодной областью, в зависимости от величины интенсивности источника. Установлением квазистационарного распределения заканчивается формирование хвоста распределения. Длительность этой стадии существенно зависит от показателя β . Эволюция основной части ФР в безразмерных единицах заканчивается при $t \sim 50$, для $\beta = 1$, при $t \sim 2$, для $\beta = 2$, и $t \sim 1$, для $\beta = 4$. Следует отметить, что даже относительно слабые источники приводят к разительному (на несколько порядков величины) увеличению неравновесной части ФР.

2.3. СРАВНЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ С РЕЗУЛЬТАТАМИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Проводимость среды определяется плотностью носителей, поэтому можно убедиться, что полупроводниковая плазма с подобными неравновесными ФР должна обладать аномальными свойствами проводимости и эмиссией, превышающей на порядки термоэмиссию. Проведем сравнение численного расчета с экспериментальными результатами по облучению полупроводниковой тонкой пленки GaAs потоком быстрых ионов H^+ с энергией 1.25 МэВ [22,23]. Поскольку длина свободного пробега протона равна $3 \cdot 10^{-6}$ м и скорость иона равна $v_m = 7.5 \cdot 10^6$ м/с, можно вычислить временной промежуток, за который протон теряет основную энергию $t_{tr} = 4 \cdot 10^{-13}$ с. Для данного образца GaAs с плотностью электронов $n_e = 5 \cdot 10^{24}$ м⁻³ характерная скорость равна $v_{th} = 6 \cdot 10^5$ м/с. Тогда соответствующее время электрон-электронной релаксации по порядку равно $\tau_{ee} = 3 \cdot 10^{-14}$ с. Отсюда следует, что благодаря наличию потока в пространстве скоростей успевает сформироваться неравновесная ФР. Интенсивность источников, возникающих из-за ионизации прямым электронным столкновением и за счет возбуждения плазменных волн, равна приблизительно

$I_+ \approx 3.3 \cdot 10^{37} \text{ м}^{-3} \text{ с}^{-1}$. Тогда для расчетов мы должны взять нормализованную (безразмерную) интенсивность источника порядка $0.01 \dots 0.1$ и время действия источника – порядка 10. Точка действия источника при $v_{+1} \approx 3.5$ соответствует возбуждению плазмона, а $v_{+2} \approx 7$ – ионизации за счет электронного столкновения. Основные потери из образца происходят за счет ион-электронной эмиссии с поверхности пленки. Электроны с энергией большей работы выхода A и приложенного задерживающего потенциала U покидают образец в течение времени τ_{ex} , поскольку глубина эмитирующего слоя $d_{em} = v_{th} \tau_{ee}$ превышает длину свободного пробега электрона λ в полупроводнике. Функция стока равна нулю для энергий меньших $\varepsilon = E_F + A \approx 5.65$ эВ и распределена в пространстве скоростей следующим образом

$$S_- = \frac{\tau_{ee}}{\tau_{ex}} f\left(\frac{v}{v_{th}}\right) = \frac{\lambda v \tau_{ee}}{d_{em}^2} f\left(\frac{v}{v_{th}}\right) \approx 0.05 \frac{v}{v_{th}} f\left(\frac{v}{v_{th}}\right). \quad (22)$$

Источник с интенсивностью $I_{+1} = 0.1$ в точке $v_{+1} = 3.5$ выключен, начиная с $t = 20$; источник с интенсивностью $I_{+2} = 0.075$ в точке $v_{+2} = 7$ выключен, начиная с $t = 2$. Сток с интенсивностью (17) действуют в области $v > 2$.

Зависимость тока эмиссии от задерживающего потенциала в рассматриваемой ситуации нестационарных несогласованных источников и стоков из-за нестационарности ФР электронов будет функцией времени.

$$J = const \cdot \int_{E_F + A + eU}^{\infty} dE E f(E), \quad (23)$$

где U – задерживающий потенциал. Для изучаемой экспериментальной ситуации [23,24] токи ионного пучка не превышают 10 мкА. В этом случае ток эмиссии отражает нестационарность источников, поскольку на каждом ионном треке электронная ФР имеет достаточно времени, чтобы пройти все стадии своего формирования. Поэтому зависимость эмиссионного тока от задерживающего потенциала, наблюдаемая в эксперименте, является суперпозицией токов, существующих на всех временных стадиях существования нестационарной ФР электронов. На Рис.1 представлена зависимость тока эмиссии от задерживающего потенциала:

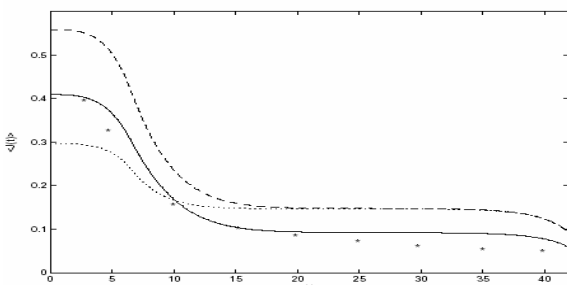


Рис.1. Зависимость тока ион-электронной эмиссии от задерживающего потенциала для арсенида галлия (GaAs), бомбардируемого ионами H^+ с энергией 1,25 МэВ, точками обозначен ток, усредненный за время $t = 10$; тире – для $t = 20$; сплошная линия – для $t = 100$ и звездочками обозначены экспериментальные результаты

Главный результат сравнения с экспериментом заключается в том, что учет нестационарности источников является существенным фактором, позволяющим объяснить зависимость тока от задерживающего потенциала при использованной экспериментальной методике сбора заряда вылетающего со всей поверхности пленки за достаточно длительный (несколько секунд) промежуток времени. Мы сравнили полученные численным путем ФР с распределениями по энергиям, взятыми из [20-22]. Они соответствуют вторичной электронной эмиссии, индуцированной 1 кэВ электронами из поликристаллических алюминия и магния. Эти материалы не полупроводники и для их описания, строго говоря, необходимо использовать ИС Больцмана. Однако, как это показано, например, в [6], имеется некоторое подобие между спектрами электронов, эмитированных из металлов и полупроводников. Рис.2,3 показывают ФР электронов, найденные в результате численного интегрирования ИС в форме Ландау-Фоккера-Планка для различных моментов времени, экспериментальные данные из [22-24] отмечены звездочками для алюминия (Рис.2) и для магния (Рис.3).

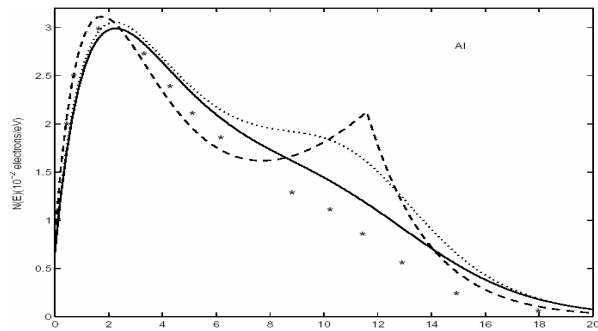


Рис.2. Зависимость плотности электронов с энергией $N(E) = f(v)v$ от энергии для электронов эмиссии, индуцированной 1 кэВ электронами из поликристаллического алюминия (Al). Сплошная и пунктирная кривая результаты численного моделирования, а звездочками отмечены экспериментальные данные

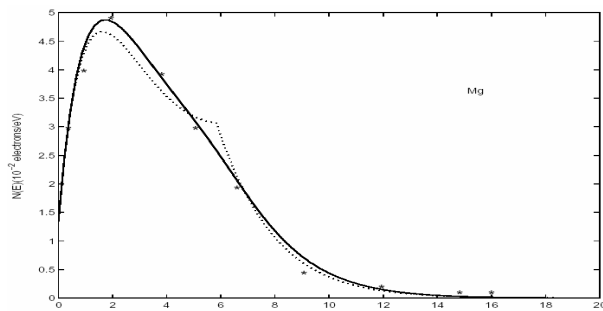


Рис.3. Зависимость плотности электронов с энергией $E - N(E) = f(v)v$ от энергии E для электронов эмиссии, индуцированной 1 кэВ электронами из поликристаллического магния (Mg). Сплошная и пунктирная кривая результаты численного моделирования, а звездочками отмечены экспериментальные данные

Энергия объемного плазмона 10.5 эВ и работа выхода 4.64 эВ для Mg, а для Al энергия объемного плазмона 15.5 эВ и работа выхода 5.25 эВ [22,23]. Несмотря на определенную произвольность в срав-

ниваемых данных, характерные свойства ФР, как можно видеть, находятся в хорошем качественном согласии.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для нерелятивистских заряженных частиц, взаимодействующих по закону Кулона с учетом статической экранировки, в однородной и изотропной среде с локализованными в ИП источниками и стоками проанализированы условия существования локальных СНР частиц, которые соответствуют постоянному потоку энергии I_1 . Для нелокализованных, нестационарных и несогласованных источников и стоков в ИП, основываясь на численном моделировании ИС Ландау-Фоккера-Планка с помощью полностью консервативных разностных схем, изучено формирование неравновесных ФР частиц. Показано, как полученные результаты могут быть использованы для предсказания поведения проводников и полупроводников как с собственной, так и с примесной проводимостью, облучаемых пучками быстрых ионов или лазерным излучением.

Авторы благодарны РФФИ и НАН Украины за частичную финансовую поддержку проекта 10-02-90420 (81-02-2010).

ЛИТЕРАТУРА

1. В.П. Силин. *Введение в кинетическую теорию газов*. М.: "Наука", 1971.
2. А.Н. Колмогоров // *ДАН СССР*. 1941, т.30(4), с.299.
3. В.Е. Захаров // *ЖПМТФ*. 1965, т.4, с.35-39.
4. А.В. Кац, В.М. Конторович, С.С. Моисеев, В.Е. Новиков // *Письма в ЖЭТФ*. 1975, т.21, с.13-16.
5. В.И. Карась // *Письма в ЖТФ*. 1975, т.1(22), с.1020.
6. В.И. Карась, С.С. Моисеев, В.Е. Новиков // *Письма в ЖЭТФ*. 1975, т.21(9), с.525-528.
7. В.И. Карась, С.С. Моисеев, В.Е. Новиков // *ЖЭТФ*. 1976, т.71(4), с.1421-1433.
8. В.И. Карась, С.С. Моисеев, А.П. Шуклин // *УФЖ*. 1980, т.25(5), с.820-826.
9. С.И. Кононенко // *Автореферат дисс. канд. физ.-мат. наук*. Харьков: ХГУ, 1986.
10. С.И. Кононенко // *Доповиди НАНУ*. 2001, №1, с.87.
11. В.П. Журенко, С.И. Кононенко, В.И. Карась и др. // *Физика плазмы*. 2003, т.29(2), с.130.
12. В.И. Карась, С.С. Моисеев // *Препринт ХФТИ АН УССР* Харьков: ХФТИ, 77-24, 1977
13. В.И. Карась, С.С. Моисеев // *УФЖ*. 1979, 24(11), с.1724.
14. Е.Н. Батракин, И.И. Залюбовский, В.И. Карась и др. // *Поверхность*. 1986, №12, с.82.
15. Е.Н. Батракин, И.И. Залюбовский, В.И. Карась и др. // *ЖЭТФ*. 1985, т.89(3), с.1098.
16. В.А. Бабенко, Н.П. Галушко, И.И. Залюбовский и др. // *ЖТФ*. 1980, 50(4), с.848.
17. В.М. Балебанов, В.И. Карась, И.В. Карась и др. // *Физика плазмы*. 1998, т.24(9), с.789.
18. В.М. Балебанов, В.И. Карась, И.В. Карась и др. // *Атомная энергия*. 1998, т.84(5), с.398.
19. В.И. Карась, И.Ф. Потапенко // *Физика плазмы*. 2002, т.28(10), с.908.
20. В.И. Карась, И.Ф. Потапенко // *ЖВММФ*. 2006, 45, с.513.
21. I.F. Potapenko, M. Bortnatici, V.I. Karas' // *J. Plasma Physics*. 2005, v.71, p.874.
22. С.И. Кононенко, В.М. Балебанов, В.П. Журенко и др. // *Физика плазмы*. 2004, т.30(8), с.722.

Статья поступила в редакцию 27.01.2010 г.

NONEQUILIBRIUM KOLMOGOROV TYPE PARTICLE DISTRIBUTIONS AND THEIR APPLICATIONS

V.E. Zakharov, V.I. Karas'

The modern condition of researches nonequilibrium (Kolmogorov type) stationary and non-stationary particle distributions with a flux on a spectrum is submitted. On the basis of Boltzmann collision integrals and in Landau form for not relativistic charged particles interacting under Coulomb law in view of static shielding, in homogeneous and isotropic matter by analytical methods and with the help completely conservative finite difference schemes consider formation of nonequilibrium particle distribution functions. It is shown, as the received results can be used for a prediction of behaviour of conductors and semiconductors both with own and with impurity conductivity irradiated with fast-ion beams or laser radiation.

НЕРІВНОВАЖНІ КОЛМОГОРІВСЬКОГО ТИПУ РОЗПОДІЛИ ЧАСТИНОК ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

В.Є. Захаров, В.І. Карась

Наведено сучасний стан досліджень нерівноважних (колмогорівського типу) стаціонарних та нестационарних розподілів частинок з потоком за спектром. На основі інтегралів зіткнень Больцмана та у формі Ландау для нерелятивістських заряджених частинок, що взаємодіють за законом Кулона з урахуванням статичного екранування, в однорідному та ізотропному середовищі розглянуто аналітичними методами та за допомогою повністю консервативних різницевих схем формування нерівноважних функцій розподілу частинок. Показано, як отримані результати можуть бути використані для передбачення поведінки провідників та напівпровідників як з власною, так і з домішковою провідністю, що опромінюються пучками швидких іонів або лазерним випромінюванням.